

ГИМНАЗИЈА

РАЗРЕД: ДРУГИ

СМЈЕР: ОПШТИ, ПРИРОДНО – МАТЕМАТИЧКИ И РАЧУНАРСКО – ИНФОРМАТИЧКИ

НАСТАВНИ ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА

Годишњи број часова: 144

Седмични број часова: 4

СВРХА НАСТАВНОГ ПРЕДМЕТА

Подстицање цјеловитог интелектуалног развоја ученика, кроз развијање способности логичког и критичког мишљења, аналитичког приступа и аргументованог закључивања.

Стицање математичке писмености, те разумијевање и употреба језика математике у различитим контекстима, што доприноси јасној и прецизној комуникацији, како унутар наставног процеса тако и у ширем друштвеном и научном окружењу.

Развијање вјештина рјешавања проблема и примјене математичких концепата у реалним ситуацијама у циљу стицања функционалног знања, и активног учешћа ученика у савременом дигиталном друштву.

Повезивање математике са другим наставним предметима и животним ситуацијама и изградња интердисциплинарног и примјенљивог знања.

Оснаживање ученика да развијају упорност, прецизност, самосталност, као и изградња позитивног односа према учењу, грешкама и сарадњи у процесу заједничког стицања знања.

ОПШТИ ЦИЉЕВИ ПРЕДМЕТА

1. Развијање логичког мишљења, аналитичког приступа и способности рјешавања проблема.
2. Подстицање тачности, прецизности и одговорности у математичком изражавању.
3. Усвајање математичког језика и симбола ради ефикасне комуникације и разумијевања концепата.
4. Јачање самосталности у раду, као и способности за тимски рад и сарадњу.
5. Развијање самопоуздања кроз успјешно савладавање математичких изазова.
6. Примјена математике у другим научним областима и свакодневним ситуацијама.
7. Кориштење дигиталних алата за анализу, визуализацију и рјешавање математичких проблема.
8. Развијање критичког размишљања и способности аргументованог закључивања.
9. Подстицање упорности, стрпљења и толеранције на грешке у процесу учења.
10. Развијање свијести о историјском, културном и друштвеном значају математике.

ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ ПРЕДМЕТА

1. Разумијевање степена и коријена и њихова примјена у задацима.
2. Стицање сигурности у раду са степенима и коријенима.
3. Развијање разумијевања појма комплексних бројева и основних операција са њима.
4. Овладавање техникама рада са комплексним бројевима.
5. Разумијевање квадратних функција и њихове примјене у геометрији, физици, економији и другим областима.
6. Стицање представе о односу дате функције и њене инверзне функције на примјеру корјене функције као инверза степеној функцији.
7. Стицање вјештина рјешавања квадратних једначина, неједначина и система једначина.

8. Овладавање техникама рјешавања експоненцијалних једначина, неједначина и система једначина.
9. Разумијевање основних својстава експоненцијалне и логаритамске функције са акцентом на однос инверзних функција и примјену у физици, геометрији и другим областима.
10. Разумијевање појма логаритма и основних правила логаритмовања.
11. Овладавање техникама рјешавања логаритамских једначина, неједначина и система једначина.
12. Разумијевање појмова радијана, тригонометријског круга, синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвољног угла.
13. Стицање вјештина одређивања вриједности тригонометријских функција произвољних углова помоћу вриједности из првог квадранта.
14. Овладавање техникама рјешавања тригонометријских једначина и неједначина.
15. Разумијевање основних својстава тригонометријских функција са акцентом на примјену у физици и другим областима.
16. Интерпретација и анализа података кроз елементарну статистику и основне регресионе методе.

НАСТАВНЕ ТЕМЕ:

- 1. Степени и коријени**
- 2. Комплексни бројеви**
- 3. Квадратна функција, једначине и неједначине**
- 4. Тригонометрија**
- 5. Експоненцијална функција, једначине и неједначине**
- 6. Логаритамска функција, једначине и неједначине**
- 7. Статистички модели зависности**

Наставна тема: Степени и коријени			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
Ученик ће бити способан да: - дефинише појам степена са цијелим експонентом; - разликује појмове база (основа), експонент (изложилац) и степен; - објасни основна правила степеновања (производ, количник, степен степена, степен производа и количника); - опише значење негативног експонента и нултог експонента; - објасни појам записа броја у стандардном (научном) облику; - дефинише појам n-тог коријена; - анализира коријен $\sqrt[n]{x^n}$ за парне и непарне вриједности броја n, - анализира график степене функције $y = x^n$ и њене инверзне функције $y = \sqrt[n]{x}$; - дефинише појам степена са рационалним експонентом; - објасни везу између степеновања са рационалним експонентом и операцијекорјеновања;	Ученик ће да: - примјењивати правила степеновања при поједностављивању алгебарских - израза који садрже степене; - рачунати вриједности бројевних израза који садрже степене са цијелим експонентом; - записивати децималне бројеве у стандардном (научном) облику и преводи - бројеве из стандардног у децимални запис; - упоређивати величине бројева записаних помоћу степена или у стандардном облику; - користити калкулатор и рачунарске програме за рачунање степена и провјеру - добијених резултата; - препознавати и примјењивати одговарајућа	Предмет: Физика	Тема: Молекулско-кинетичка теорија гасова (димензија и маса молекула, запремина, брзине молекула, Авогадров број, изотерма као степена функција). Тема: Термодинамика (адијабатски процеси, Поасонов закон). Тема: Флуиди (Бернулијева једначина, Торичелијева теорема). Тема: Молекулске силе и агрегатна стања (коэффициенти линеарног и запреминског ширења, коэффициент површинског напона). Тема: Електростатика (Кулонов закон, Кулонова константа, количине наелектрисања (мили, микро, нано, пико), јачина електричног поља, електрични капацитет).

- примјењује правила степеновања са рационалним експонентом.	правила степеновања у конкретним задацима; - трансформисати ирационалне изразе примјеном особина корјеновања (множење и дијелење коријена истог индекса, степеновање коријена, корјеновање коријена, скраћивање и проширивање коријена, дјелимично корјеновање); - рационалисати именилац разломка; - израчунавати вриједности изрази који садрже коријене са и без употребе калкулатора или рачунарских апликација; - представљати графике степених и корјених функција са и без употребе рачунарских алата; - преводити запис коријена у запис степена са рационалним експонентом и обрнуто; - трансформисати алгебарске изразе који садрже степене са рационалним експонентом примјеном правила степеновања;	Рачунарство и информатика Биологија	Тема: Електрична струја (Електрична отпорност и проводност неких материјала, електрични отпор). Тема: Бинарни бројеви – употреба степена броја 2 за представљање бројева у бинарном систему. Конверзија бројева из једног система у други. Тема: Раст популације – експоненцијални раст популације описује се степеном функцијом;
--	---	---	--

	- рачунати вриједност израза који садрже степене са рационалним експонентом; - користити калкулатор и рачунарске програме за израчунавање степена са рационалним експонентом и провјеру резултата.		
--	---	--	--

Наставна тема: Комплексни бројеви			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
- Ученик ће бити способан да: - образложи потребу за проширивањем скупа реалних бројева; - дефинише имагинарну јединицу i и појам комплексног броја; - одреди квадратни коријен негативног реалног броја користећи имагинарну јединицу; - представи комплексни број у алгебарском облику, одреди његов реални и имагинарни дио; - објасни појам конјуговано комплексног броја; - дефинише и одреди модул комплексног броја;	Ученик ће да: - наводити примјере једноставних једначина које илуструју потребу за проширивањем скупова бројева Z, Q и R; - представљати комплексне бројеве у комплексној равни; - одређивати реални и имагинарни дио, модул и конјуговано – комплексни број задатог комплексног броја; - изводити основне рачунске операције (сабирање, одузимање, множење и дијелење) са комплексним бројевима у алгебарском облику;	Предмет: Физика	Тема: Наизмјенична струја - комплексни бројеви се користе за представљање напона и струје (амплитуда и фаза), што омогућава једноставније рачунање у електричним колима. Тема: Квантна механика (таласна функција).

- препозна једначине које се могу свести на квадратне; - -рјешава систем од једне линеарне и једне квадратне једначине и двије квадратне једначине; - објасни домен, кодомен, пресјеке са координатним осама, знак, екстрем и интервале монотоности квадратне функције; - анализира природу екстрема, као и облик и положај параболе у координатном систему, у зависности од коефицијена уз квадратни члан и дискриминанте одговарајуће квадратне једначине; - објашњава методе одређивања тјемена параболе, осе симетрије и пресјека са координатним осама; - објашњава геометријске и практичне примјене квадратних функција; - скицира график инверза на основу графика дате функције;	квадратне једначине са промјењивим коефицијентима; - рјешавати биквадратне једначине - користити математички апарат за рјешавање система од једне линеарне и једне квадратне једначине, као и система од двије квадратне једначине; - користити рачунарске програме за графичко рјешавање система од једне линеарне и једне квадратне једначине, као и система од двије квадратне једначине; - примјењује квадратне једначине у различитим контекстима и моделује ситуације из праксе; - скицирати график квадратне функције у координатном систему користећи тјеме, осу симетрије и пресјеке са координатним осама; - одређивати знак и нуле квадратне функције;		
---	---	--	--

- хоризонтално и вертикално помјерање графика функције; - -примјењује хоризонтално и вертикално ширење и скупљање графика функције; - анализира утицај трансформација на облик и положај графика функције; - користи податке из табеле или графика за одређивање приближног функционалног модела зависности између величина; - дефинише квадратну неједначину; - објасни везу између поступка рјешавања квадратне неједначине и одређивања знака одговарајуће квадратне функције; - одређује рјешења квадратне неједначине користећи дискриминанту и/или факторизацију одговарајућег тринома; - -примјењује квадратне неједначине у геометријским и практичним проблемима;	- одређивати екстрем, те интервале раста и опадања функције; - испитивати природу пресјека графика функције са x-осом користећи дискриминанту; - користити рачунарске програме за анализу тока и цртање графика квадратне функције; - анализирати особине квадратне функције полазећи од њеног графика; - анализирати утицај промјене коефицијената на облик и положај параболе, укључујући рад са рачунарским програмима; - вршити хоризонтална и вертикална помјерања графика функције; - одређивати инверзну функцију, у једноставним случајевима, аналитички и графички; - повезивати графички и аналитички приказ функције;		
---	--	--	--

	- аргументовати примјену квадратне функције на рјешавање практичних задатака (геометрија, физика, економија); - изводити закључке о природи скупа рјешења квадратне неједначине у зависности од параметара одговарајуће квадратне једначине (коефицијент уз квадратни члан и вриједност дискриминанте); - одређивати скуп рјешења квадратне неједначине на основу знака одговарајуће квадратне функције - комбиновати различите методе за одређивање скупа рјешења квадратне неједначине; - тумачити рјешење неједначине у смислу интервала на x-оси; - примјењивати технику на практичне проблемске задатке (геометрија, физика, економија); - рјешавати одабране рационалне неједначине и неједначине које садрже		
--	--	--	--

	апсолутну вриједност, комбинујући методе рјешавања квадратних неједначина.		
--	--	--	--

Наставна тема: Тригонометрија			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
Ученик ће бити способан да: - објашњава појам радијана и претвара углове из степена у радијане и обрнуто; - дефинише тригонометријску кружницу; - означаи основне углове у позитивном и негативном смјеру користећи тригонометријску кружницу; - наводи и означава на тригонометријској кружници тригонометријске функције $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$; - одређује вриједности тригонометријских функција за негативне углове; - дефинише и описује парност и периодичност тригонометријских функција; - објашњава правила свођења тригонометријских функција на први квадрант.	Ученик ће да: - записивати углове у степенима и радијанима; - нацртати тригонометријску кружницу и прецизно означавати основне углове у позитивном и негативном смјеру; - одређивати вриједности $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ за углове у различитим квадрантима, укључујући и негативне углове; - примјењивати правила свођења тригонометријских функција на први квадрант; - тумачити знакове тригонометријских функција у сваком квадранту; - читавати вриједности тригонометријских функција на основу задатог угла или координата тачака	Предмет: Физика	Тема: Тема: Осцилације и таласи (хармонијско кретање) - тригонометријске функције ($\sin$ и $\cos$) користе се за опис периодичних појава као што су осцилације опруге, клатна и таласи, при чему се амплитуда и период директно повезују са параметрима функције. Тема: Оптика (одбијање и преламање свјетлости, планпаралелна плоча, дифракција и интерференција свјетлости). Тема: Наизмјенична струја (импеданса кола, графичко представљање наизмјеничне струје помоћу тригонометријских функција).

- наведе и примијени адicione формуле; - објашњава и примјењује формуле за израчунавање тригонометријских функција двоструког и половичног угла; - наводи трансформације збира и разлике тригонометријских функција у производ и обрнуто; - анализира односе између тригонометријских функција и њихових особина; - анализира резултате рјешавања тригонометријских израза употребом адичионих формула и интерпретира их у контексту конкретних задатака; - објашњава особине елементарних тригонометријских функција ($\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$) укључујући домен, кодомен, нуле, знак, интервале монотоности, ограниченост, парност и асимптоте; скицира графике основних тригонометријских функција;	на јединичној кружници и користити их за рјешавање једноставних задатака. - примјењивати адicione формуле у рјешавању различитих тригонометријских задатака; - израчунавати вриједности тригонометријских функција збира или разлике углова без употребе калкулатора; - примјењивати формуле двоструког угла и половине угла, као и трансформације збира и разлике у производ, за поједностављивање или рачунање тригонометријских израза; - трансформисати сложене тригонометријске изразе користећи различите технике; - анализирати ток и скицирати графике елементарних тригонометријских функција; цртати графике сложенијих тригонометријских функција типа	Хемија Географија	Тема: Описивање понашања електрона у атомима и молекулама помоћу графика тригонометријских функција. Тема: Картографија и геодезија (одређивање растојања, висина и углова на терену, као и у израда и интерпретацији карата). Периодиче појаве- температура, вјетрови, годишња доба, падавине и слично.
--	--	---------------------------------	--

- дефинише и објашњава појмове амплитуде, фреквенције и фазног помака; - тумачи промјене облика графика на основу параметара A, B и C у функцијама типа $y = A \sin(Bx + C) + D$ или $y = A \cos(Bx + C) + D$; - примјењује хоризонтално и вертикално помјерање графика функције; - анализира утицај трансформација на облик и положај графика функције; - повезује графике тригонометријских функција са практичним примјенама у физици, економији и другим наукама; - рјешава основне типове тригонометријских једначина: $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\operatorname{tg} x = m$, $\operatorname{ctg} x = m$; - тумачи рјешења тригонометријских једначина у контексту основног периода и уопште;	$y = A \sin(Bx + C) + D$ или $y = A \cos(Bx + C) + D$;		
	- користити рачунарске програме за цртање графика тригонометријских функција; - анализирати утицај промјене параметара тригонометријских функција на облик и положај тригонометријске криве, укључујући рад са рачунарским програмима; - одређивати рјешења једноставних тригонометријских једначина на основном периоду; - примјењивати технике за рјешавање сложених једначина; - рјешавати основне типове тригонометријских неједначина; - рачунати рјешења тригонометријских једначина и неједначина у интервалу; - анализирати резултате и провјеравати исправност рјешења;		

- комбинује различите технике за рјешавање тригонометријских једначина; - примјењује формуле и трансформације за рјешавање сложенијих тригонометријских једначина; - објашњава методе одређивања скупа рјешења тригонометријских неједначина.	- моделовати проблемске ситуације користећи тригонометријске једначине (геометрија, физика, техника);		
---	---	--	--

Наставна тема: Експоненцијална функција, једначине и неједначине			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
Ученик ће бити способан да: - објашњава особине експоненцијалне функције: домен, кодомен, нуле, знак, асимптоте и интервале монотоности; - скицира графике експоненцијалне функције $y = a^x$, гдје је $a > 1$ и гдје је	Ученик ће да: - цртати график експоненцијалне функције $y = a^x$, гдје је $a > 1$ и гдје је $0 < a < 1$; - цртати график експоненцијалне функције са помацима дуж координатних оса са и без рачунарских програма;	Предмет: Физика	Тема: Радиоактивни распад и вријеме полураспада (експоненцијална функција се користи за моделовање распада радиоактивних супстанци, при чему се експоненцијалне једначине користе за одређивање времена полураспада и количине преостале материје).

	$a^{f(x)} < a^{g(x)}$; - одређивати скуп рјешења експоненцијалних неједначина различитих типова; - моделовати и рјешавати једноставне проблемске ситуације које воде до експоненцијалних једначина и система експоненцијалних једначина или система експоненцијалних и линеарних једначина;		
--	---	--	--

Наставна тема: Логаритамска функција, једначине и неједначине			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
Ученик ће бити способан да: - дефинише појам логаритма, укључујући и објашњење услова под којима је логаритам дефинисан; - одређује вриједност логаритма на основу дефиниције у једноставним случајевима; - наводи и објашњава правила логаритмовања;	Ученик ће да: - рачунати вриједност логаритма без употребе калкулатора у једноставним примјерима; - одређивати вриједност декадног и природног логаритма помоћу калкулатора или дигиталних алата; - примјењивати правила логаритмовања и	Предмет: Физика	Тема: Тема: Јачина звука (децибели) и акустика - логаритми се користе за мјерење интензитета звука у децибелима, при чему се велике разлике у јачини звука представљају на компактној скали заснованој на логаритамској функцији. Тема: Термодинамика (ентропија)

- објашњава појмове декадног и природног логаритма; - објашњава везу између експоненцијалне и логаритамске функције као инверзних функција; - анализира однос графика функције и инверзне функције на конкретном примјеру; - скицира график инверза на основу графика дате функције; - примјењује хоризонтално и вертикално помјерање графика функције; - анализира утицај трансформација на облик и положај графика функције; - објашњава особине логаритамске функције $y = x, a > 1, y = x, 0 < a < 1$, (домен, скуп вриједности, нула, знак, монотоност, асимптота); - повезује логаритамску функцију са моделовањем појава из праксе; - објасни поступак рјешавања логаритамске једначине;	антилогаритмо вања при трансформацији логаритамских израза; - трансформиса- - ти логаритамске изразе примјеном основних правила логаритмовања; - скицирати график логаритамске функције $x \pm b$); - одређивати особине логаритамске функције на основу графика (домен, кодомен, знак, монотоност, асимптота); - примјењивати логаритамске функције у рјешавању практичних проблема; - тумачити логаритамску скалу на примјерима из праксе (рН скала, јачина звука у децибелима, Рихтерова скала земљотреса); - израчунавати и упоређивати величине на логаритамским скалама користећи својства логаритама; - моделовати једноставне појаве експоненцијалног	Хемија Географија	Тема: рН скала и киселост раствора Објашњење: рН вриједност је логаритамска мјера концентрације јона водоника, што омогућава поређење јако различитих степена киселости и базности раствора. Тема: Сеизмологија (Рихтерова скала се заснива на логаритмима са базом 10).
---	--	---------------------------------	--

- објасни поступак свођења логаритамске једначине на облик $f(x) = g(x)$; - објасни поступак рјешавања логаритамске неједначине; - анализира рјешења логаритамских неједначина у зависности од вриједности базе a; - објасни улогу услова дефинисаности у рјешавању логаритамских једначина и неједначина; - интерпретира примјену логаритамских једначина у моделовању појава из праксе.	раста или опадања (нпр. раст популације, распад радиоактивне материје) и интерпретира одговарајуће логаритамске односе; - одређивати непознату величину у моделима експоненцијалног раста или опадања примјеном логаритама; - тумачити параметре логаритамске функције у контексту конкретног проблема; - вршити хоризонтална и вертикална помјерања графика функције; - одређивати инверзну функцију у једноставним случајевима аналитички и графички; - повезивати графички и аналитички приказ функције; - одређивати услове дефинисаности логаритамских израза; - трансформисати логаритамске једначине примјеном правила логаритмовања;		
---	---	--	--

Дидактичко – методичка упутства и препоруке

Тема: Степени и коријени

Ову тему реализовати као једну од кључних алгебарских цјелина која поставља основу за даљи рад у области функција, експоненцијалних и логаритамских израза. Посебну пажњу посветити потпуном разумијевању појмова степена, коријена и њихове међусобне повезаности, уз континуирано повезивање са раније усвојеним знањима о операцијама са реалним бројевима.

На почетку наставе треба обновити и систематизовати појам степена са природним и цијелим експонентом, са нагласком на значење базе и експонента. Посебно инсистирати на разумијевању правила степеновања, а не само на њиховој формалној примјени. Ученицима треба омогућити да кроз разноврсне примјере уоче структуру правила (производ, количник, степен степена, степен производа и количника) и да их примјењују у поступном поједностављивању алгебарских израза. При томе посебну пажњу посветити негативном и нултом експоненту, уз инсистирање на интуитивном разумијевању њиховог значења.

У наставку теме увести појам стандардног (научног) записа броја и повезати га са реалним примјерима из физике, хемије и технике (веома велики и веома мали бројеви). Ученици треба да увјежбају прелазак из стандардног у децимални запис и обрнуто, као и поређење величина у овом облику. Посебно је важно да се ученици навикну на интерпретацију експонента као реда величине.

При увођењу коријена полазити од геометријског и алгебарског значења, уз јасно повезивање са операцијом степеновања. Појам n -тог коријена увести постепено, уз анализу разлике између парних и непарних индекса, те нагласити услове постојања коријена у скупу реалних бројева. Посебно обратити пажњу на повезивање коријена са степеном са рационалним експонентом, како би ученици стекли јасну представу о јединственој алгебарској структури ових појмова.

Систематски развијати технике трансформације ирационалних израза. Ученици треба да овладају операцијама са коријенима (множење, дијељење, степеновање коријена, корјеновање коријена, скраћивање и проширивање, дјелимично корјеновање), уз стално инсистирање на прецизности и уредности у запису. Посебну пажњу посветити рационалисању имениоца разломка, као важном поступку у алгебарској трансформацији.

Графичку интерпретацију степених и коријених функција уводити паралелно са алгебарским радом, како би ученици уочили везу између аналитичког и графичког приказа. При томе користити дигиталне алате за приказивање графика.

Током реализације наставе посебно подстицати примјену калкулатора и рачунарских програма као средства за провјеру резултата, али не и као замјену за основно рачунање. Ученици треба да развијају осјећај за процјену тачности резултата и логичку провјеру добијених рјешења.

Задаци треба да буду разноврсни по типу и нивоу сложености: од основне примјене правила степеновања и коријеновања, преко трансформације сложенијих израза, до задатака који укључују више корака и повезивање више појмова у једну цјелину. Посебно препоручити задатке који захтијевају поређење величина и процјену реда величине. Практиковати диференцијацију наставног процеса и индивидуалан приступ.

У напреднијем дијелу наставе ученике треба уводити у рационалне експоненте и њихову везу са коријенима, наглашавајући јединство правила степеновања. Ово омогућава лакши прелаз на експоненцијалне функције у наредним темама. На крају теме важно је систематизовати све појмове кроз интегративне задатке који повезују степене, коријене, рационалне експоненте и научни запис броја, уз јасно наглашавање њихове примјене у природним и техничким наукама.

Тема: Комплексни бројеви

Ову тему реализовати као природно проширење скупа реалних бројева, уз јасно истицање мотивације за увођење комплексних бројева кроз једноставне једначине које немају рјешење у скупу реалних бројева. Посебну пажњу посветити разумијевању појма имагинарне јединице i и чињенице да је $i^2 = -1$ као кључног корака у проширењу бројевних система.

Појам комплексног броја $z = a + bi$ увести уз јасно разликовање реалног и имагинарног дијела, кроз разноврсне примјере и поступно повећавање сложености. Конјуговано комплексне бројеве повезати са симетријом у односу на реалну осу, а модул интерпретирати геометријски као удаљеност тачке у комплексној равни од координатног почетка.

Комплексну раван користити као основни визуелни модел за интерпретацију појмова. Посебно нагласити повезаност алгебарског и геометријског приказа комплексних бројева.

При обради операција инсистирати на поступности: сабирање и одузимање као природно проширење рада са уређеним паровима, те множење и дијељење уз правилну примјену алгебарских правила и коришћење конјугованих бројева. Степеновање имагинарне јединице i увести кроз уочавање периодичности.

Препоручује се употреба графичких приказа и дигиталних алата ради лакшег разумијевања комплексне равни. Задаци треба да обухвате основне операције, геометријску интерпретацију и једноставне примјене које повезују алгебарски и графички приступ.

Тема: Квадратни трином, квадратна једначина, квадратна функција и квадратна неједначина

Ову тему реализовати као централну цјелину која повезује више кључних математичких појмова: факторизацију, једначине, функције, графичку интерпретацију и неједначине. Посебну пажњу посветити интеграцији алгебарског и графичког приступа, како би ученици уочили јединство различитих математичких модела.

На почетку наставе систематизовати појам квадратног тринома и методе факторизације, уз стално повезивање са рјешавањем квадратних једначина. Ученици треба да овладају различитим приступима рјешавања (факторизација, формула, Виетове формуле), уз нагласак на избор најоптималније методе у зависности од задатка. Посебну пажњу посветити дискриминанти и улози дискриминанте у анализи природе рјешења.

Квадратну функцију увести као природно проширење квадратне једначине, при чему је важно нагласити да се нуле функције директно повезују са рјешењима одговарајуће једначине. При анализи параболе инсистирати на разумијевању утицаја коефицијената на облик, положај и екстрем функције. Тјеме параболе, осу симетрије и пресјеке са осама обрађивати кроз комбинацију аналитичког и графичког приступа.

Графичку интерпретацију квадратне функције користити као кључни алат за разумијевање знака функције и рјешавање квадратних неједначина. Ученици треба да уоче директну везу између графика и скупа рјешења неједначине, те да рјешења тумаче као интервале на бројевној оси. Посебно инсистирати на повезивању дискриминанте, броја нула и знака функције.

Трансформације графика (хоризонтална и вертикална помјерања, ширења и скупљања) уводити поступно, уз коришћење дигиталних алата за динамичко посматрање промјена. Ученици треба да развију осјећај за утицај параметара на облик параболе и да га повежу са алгебарским записом функције.

Системе једначина (линеарно-квадратне и квадратне) обрађивати кроз графички и алгебарски приступ, уз нагласак на интерпретацију рјешења као пресјека графика. У сложенијим задацима подстицати избор адекватне методе и образлагање поступка.

Квадратне неједначине обрађивати као логичко проширење анализе знака квадратне функције. Посебно нагласити поступак одређивања знака на основу нула функције и графичке интерпретације, уз увођење интервалног записа рјешења. У сложенијим задацима комбиновати факторизацију, дискриминанту и графички приступ.

У настави користити разноврсне примјере из геометрије, физике и економије како би ученици учили примјенљивост квадратних модела. Препоручује се употреба рачунарских програма за цртање графика и анализу промјена параметара, чиме се развија визуелно и концептуално разумијевање.

Тема: Тригонометрија

Ову тему реализовати као јединствену цјелину која повезује тригонометрију правоуглог троугла, са напредним концептима који се уче у другом разреду. Посветити пажњу развијању интуитивног разумијевања тригонометријских концепата, укључујући период, знак, те промјену вриједности тригонометријских функција кроз геометријски и аналитички приступ.

На почетку наставе увести појам радијана као природне мјере за углове, уз повезивање са кружним кретањем и дужином лука. Тригонометријску кружницу обрадити као основни модел за дефинисање тригонометријских функција, при чему ученици треба да усвоје способност означавања углова у оба смјера и повезивања координата тачака са вриједностима функција $\sin$ и $\cos$. Посебно инсистирати на разумијевању знака функција по квадрантима.

Особине тригонометријских функција (парност, периодичност, нуле и асимптоте) обрађивати поступно, уз повезивање са кружницом и графичким приказом. Ученици треба да уоче како се својства функција директно одражавају на облик графика и понашање функције у различитим интервалима.

Адиционе формуле, формуле двоструког и половичног угла, као и трансформације збира у производ и обрнуто, обрађивати кроз примјере који наглашавају њихову функционалну улогу у поједностављивању израза. Инсистирати на разумијевању, а не на репродукцији формула, уз постепено увођење сложенијих задатака.

Графике тригонометријских функција уводити од основних облика $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$ уз јасно повезивање са тригонометријском кружницом. Након тога анализирати утицај параметара амплитуде, фреквенције, фазног и вертикалног помјерања на облик графика функције $f(x) = A \sin(Bx + C) + D$ и сличних. Препоручује се употреба дигиталних алата за посматрање промјена графика у зависности од параметара.

При рјешавању тригонометријских једначина и неједначина полазити од основних облика, уз нагласак на повезаност са јединичном кружницом и периодичношћу рјешења. Ученици треба да разумију разлику између рјешења на основном периоду и општег скупа рјешења. Посебно инсистирати на интервалном представљању рјешења и њиховој графичкој интерпретацији.

Сложеније једначине и неједначине обрађивати кроз комбиновање више техника (идентитети, трансформације, графички приступ), уз подстицање ученика да бирају најефикаснији метод рјешавања. У завршном дијелу теме важно је повезати тригонометрију са моделовањем реалних појава из физике, технике и других наука, посебно периодичних процеса.

Током цијеле теме препоручује се интензивна употреба графичких приказа и рачунарских алата, како би ученици развили дубље разумијевање везе између алгебарског и геометријског приступа тригонометрији.

Тема: Експоненцијална функција, једначине и неједначине

Ову тему реализовати као јединствену цјелину у којој се повезују особине експоненцијалне функције, графика, трансформације експоненцијалних израза, те рјешавање експоненцијалних једначина и неједначина. Посебну пажњу посветити разумијевању важног концепта експоненцијалног раста, разлике између експоненцијалног раста и опадања, као и утицају базе експоненцијалне функције на понашање саме функције.

На почетку наставе обрадити основни облик експоненцијалне функције, уз систематско уочавање особина (домен, кодомен, асимптота, знак и монотоност). Посебно нагласити разлику између случајева $a > 1$ и $0 < a < 1$, уз упоредну анализу графика. Експоненцијалну функцију са базом e користити као значајан специјалан случај.

Графике експоненцијалних функција обрађивати кроз поступно увођење трансформација: хоризонталних и вертикалних помјерања, уз стално повезивање са промјенама у аналитичком запису. Ученици треба да уоче како параметри утичу на облик и положај графика, те да повезују графички и алгебарски приказ. Користити дигиталне алате и рачунарске програме за цртање графика функција.

При моделирању појава користити примјере из физике, биологије или економије (раст популације, радиоактивни распад, сложена камата), како би ученици уочили примјену експоненцијалне функције у реалним контекстима. Посебно инсистирати на интерпретацији параметара модела.

Рјешавање експоненцијалних једначина уводити кроз свођење на једнаке базе и постепено прелазити на сложеније облике. Ученици треба да разумију поступак, а не само да га механички примјењују. Системе експоненцијалних једначина обрађивати у једноставнијим случајевима, уз повезивање са линеарним системима.

Експоненцијалне неједначине обрађивати кроз анализу знака и поређење експоненцијалних израза, уз посебан нагласак на разлику случајева $a > 1$ и $0 < a < 1$. Ученици треба да уоче како промјена базе утиче на смјер неједнакости и скуп рјешења.

Задаци треба да буду разноврсни: од основног цртања графика и одређивања особина функције, преко рјешавања једначина и неједначина, до једноставних модела из реалних ситуација.

Тема: Логаритми, логаритамска функција, једначине и неједначине

Ову тему реализовати као наставак теме експоненцијалне функције, са посебним нагласком на разумијевање логаритма као инверзне операције степеновању. Наставу започети увођењем појма логаритма кроз проблеме у којима је потребно одредити експонент, чиме се природно мотивише потреба за увођењем новог појма.

Посебну пажњу посветити условима дефинисаности логаритма (позитивност аргумента и базе различите од 1), уз стално инсистирање на њиховој примјени у задацима. Основна правила логаритмовања уводити поступно, кроз конкретне примјере, наглашавајући њихову улогу у поједностављивању израза и рјешавању једначина.

Везу између експоненцијалне и логаритамске функције обрадити и графички и аналитички, користећи појам инверзне функције. Посебно је важно да ученици уоче симетрију графика у односу на праву $y = x$, као и повезаност њихових особина. Скицирање графика логаритамске функције заснивати на познавању графика експоненцијалне функције.

Трансформације графика логаритамске функције (помјерања, ширење и скупљање) обрађивати уз паралелу са експоненцијалним функцијама, како би ученици уочили сличности и разлике. Препоручује се коришћење дигиталних алата за визуализацију утицаја параметара на график.

При обради логаритамских једначина нагласак ставити на услове дефинисаности и на трансформацију једначина примјеном правила логаритмовања. Ученици треба да разумију поступак свођења на једноставнији облик, као и да провјеравају добијена рјешења. Логаритамске неједначине обрађивати уз анализу утицаја базе на смјер неједнакости.

Примјене логаритама обрадити кроз реалне примјере као што су рН скала, децибели и Рихтерова скала, чиме се ученицима приближава значај логаритама у различитим областима. Посебно је важно да ученици разумију интерпретацију резултата у контексту проблема.

Задаци треба да обухвате: израчунавање вриједности логаритама, трансформацију израза, анализу и скицирање графика, рјешавање једначина и неједначина, као и једноставне проблемске задатке који укључују моделовање. Током наставе подстицати повезивање алгебарског и графичког приступа, као и самостално образлагање поступка рјешавања.

Тема: Логаритми, логаритамска функција, једначине и неједначине

Ову тему реализовати као наставак претходних тема које се односе на степеновање и експоненцијалну функцију, са посебним нагласком на разумијевање логаритма као инверзне операције степеновању. Наставу започети увођењем појма логаритма кроз проблеме у којима је потребно одредити експонент, чиме се природно мотивише потреба за увођењем новог појма.

Посебну пажњу посветити условима дефинисаности логаритма (позитивност аргумента и базе различите од 1). Основна правила логаритмовања уводити поступно, кроз конкретне примјере, наглашавајући њихову улогу у поједностављивању израза и рјешавању једначина.

Везу између експоненцијалне и логаритамске функције обрадити и графички и аналитички, користећи појам инверзне функције. Посебно је важно да ученици уоче симетрију графика у односу на праву $y=x$, као и повезаност њихових особина. Скицирање графика логаритамске функције заснивати на познавању и разумијевању графика експоненцијалне функције.

Трансформације графика логаритамске функције (помјерања, ширење и скупљање) обрађивати паралелно са разматрањем одговарајућих експоненцијалних функција, како би ученици уочили сличности и разлике. Препоручује се коришћење дигиталних алата за визуализацију утицаја параметара на график.

При обради логаритамских једначина нагласак ставити на услове дефинисаности и на трансформацију једначина примјеном правила логаритмовања. Ученици треба да разумију поступак свођења на једноставнији облик, као и да провјеравају добијена рјешења. Логаритамске неједначине обрађивати уз анализу утицаја базе на смјер неједнакости.

Примјене логаритама обрадити кроз реалне примјере као што су рН скала, децибели и Рихтерова скала, чиме се ученицима појашњава значај логаритама у различитим областима. Посебно је важно да ученици разумију интерпретацију резултата у контексту проблема. Задаци треба да обухвате: израчунавање вриједности логаритама, трансформацију израза, анализу и скицирање графика, рјешавање једначина и неједначина, као и једноставне проблемске задатке који укључују моделовање. Током наставе подстицати повезивање алгебарског и графичког приступа, као и самостално образлагање поступка рјешавања.

Тема: Статистика и функционално моделирање

Ову тему реализовати са нагласком на повезивање математике са реалним подацима и свакодневним ситуацијама. Циљ је да ученици развију способност прикупљања, представљања, анализе и интерпретације података, као и да уоче улогу функција у описивању зависности између величина.

Наставу започети прикупљањем података (на примјер, са Интернета или других медија), након чега слиједи графичко представљање дијаграмом распршења. Посебну пажњу посветити тумачењу облика добијеног графика и уочавању трендова (раст, опадање, приближна линеарност или закривљеност).

Ученицима постепено уводити појам функционалног модела, при чему треба инсистирати на процјени да ли је зависност приближно линеарна, експоненцијална или степена. Важно је да ученици разумију да модел представља приближан опис података, а не тачну зависност.

Линеарну регресију обрађивати интуитивно, уз употребу дигиталних алата, без формалног извођења. Нагласити значај параметара праве (нагиб и пресјек) и њихово тумачење у контексту конкретног проблема. Поред тога, подстицати ученике да упоређују више модела и процјењују који боље описује податке.

Посебно обрадити разлику између корелације и узрочности, користећи занимљиве и ученицима блиске примјере (нпр. случајне корелације). Развијати критички однос према статистичким подацима који се појављују у медијима.

Експоненцијални модели уводити кроз примјере раста и опадања (популација, камата), а логаритамску трансформацију користити као средство за линеаризацију података, на интуитивном нивоу. Циљ је да ученици уоче како се сложенији односи могу поједноставити погодним трансформацијама.

Задаци треба да буду практични и разноврсни: од цртања дијаграма распршења, преко избора и тумачења модела, до једноставних предвиђања. Подстицати рад у групама, дискусију и презентацију резултата, како би ученици развијали способност аргументованог закључивања и комуникације.